Westermann Mathematik 10II **114/1**

1 Die Grundfläche einer Pyramide ist ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 6 cm. Die Spitze S steht senkrecht über dem Punkt A mit $\overline{AS} = 8$ cm. Es entstehen neue Pyramiden $AB_nC_nDS_n$, wenn man die Kanten [AB] und [CD] über B und C hinaus jeweils um x cm verlängert und die Höhe gleichzeitig um x cm verkürzt.

a) Aus welchem Intervall kann man x wählen?

b) Zeichne ein räumliches Bild der ursprünglichen Pyramide und für x = 2. Berechne das Maß ε des Neigungswinkels zwischen der Seitenfläche $B_1C_1S_1$ und der Grundfläche.

c) Zeige, dass sich das Volumen V wie folgt in Abhängigkeit von x darstellen lässt: $V(x) = (-2x^2 + 4x + 96)\ \text{cm}^3$

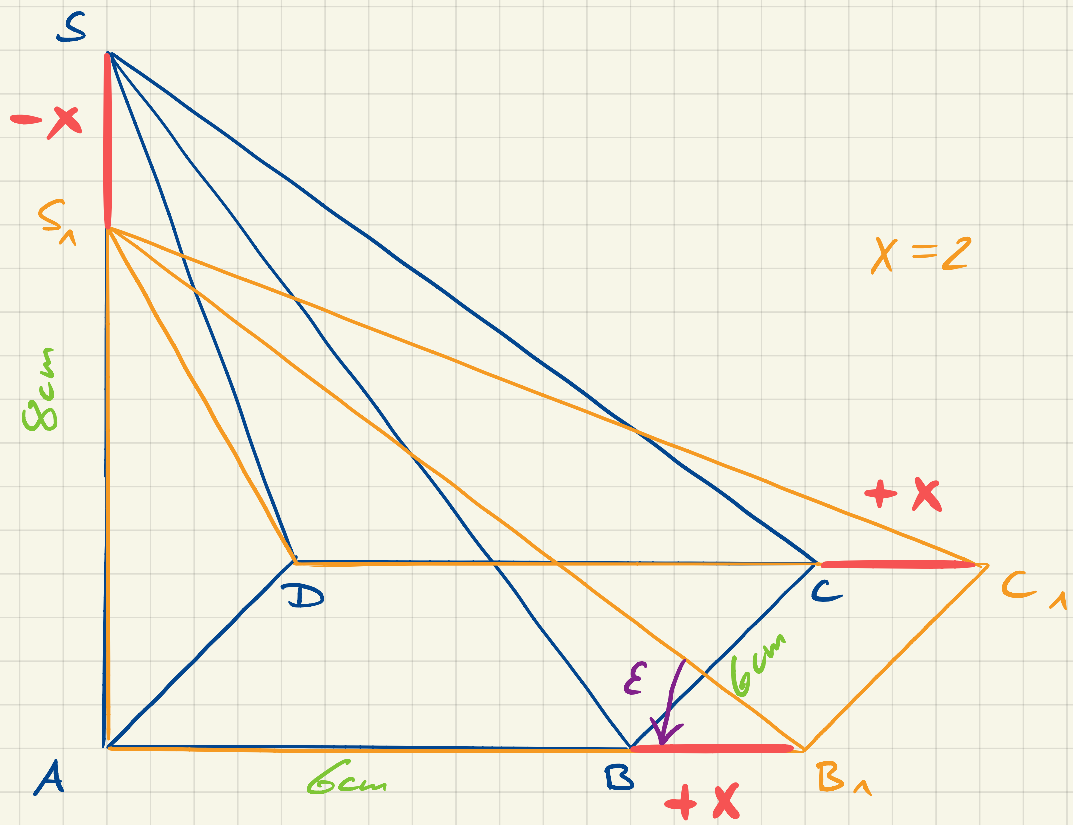
d) Für welche Belegung von x ist das Volumen einer neuen Pyramide um 50 % kleiner als das Volumen der Ausgangspyramide? Schätze zunächst, wie hoch die neue Pyramide wird. Bastle anschließend die beiden Pyramiden.

e) Berechne den Inhalt der Oberfläche der neuen Pyramide aus d).

a) für $G = \mathbb{R}_0^+$: $x \in [0; 8[$ oder $0 \leq x < 8$

für $G = \mathbb{R}$: $x \in]-3; 8[$ oder $-3 < x < 8$

b) Schrägbild mit $q = 0{,}5$ und $\omega = 45°$



Neigungswinkel der Seite $B_1C_1S_1$ zur Grundfläche

$$\tan \varepsilon = \frac{8\text{cm} - 2\text{cm}}{6\text{cm} + 2\text{cm}} \qquad \varepsilon = \tan^{-1}\left(\frac{6}{8}\right) = \underline{36{,}87°}$$

c)

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$
$$= \frac{1}{3} \cdot (6+x) \cdot 6\,cm^2 \cdot (8-x)\,cm$$
$$= 2 \cdot (6+x) \cdot (8-x)\,cm^3$$
$$= (12+2x) \cdot (8-x)\,cm^3$$
$$= (96 - 12x + 16x - 2x^2)\,cm^3$$
$$V(x) = \underline{\underline{(-2x^2 + 4x + 96)\,cm^3}}$$

d) Für welche Belegung von x ist das Volumen einer neuen Pyramide um 50 % kleiner als das Volumen der Ausgangspyramide? Schätze zunächst, wie hoch die neue Pyramide wird. Bastle anschließend die beiden Pyramiden.

$$V_0 = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8\,cm^3 = 96\,cm^3$$

$$-2x^2 + 4x + 96 = 0{,}5 \cdot 96 \qquad | -48$$
$$-2x^2 + 4x + 48 = 0$$

$a = -2$

$b = 4$

$c = 48$

$$D = b^2 - 4ac$$
$$= 4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 48$$
$$= 400$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{400}}{2 \cdot (-2)}$$

$(x_1 = -4)$

$\underline{\underline{x_2 = 6}}$

d) $x = 6$

Der Mantel besteht aus vier rechtwinkligen Dreiecken

- $\overline{S_2D} = \sqrt{2^2 + 6^2}\ cm = 6{,}32\ cm$

- $\overline{S_2B_2} = \sqrt{2^2 + 12^2}\ cm = 12{,}17\ cm$

- $O = \overbrace{12 \cdot 6\ cm^2}^{\text{Grundfläche}} + \overbrace{\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 2\ cm^2}^{\Delta \text{ vorne}} + \overbrace{\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12{,}17\ cm^2}^{\Delta \text{ rechts}}$
  $+ \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6{,}32\ cm^2}_{\Delta \text{ hinten}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2\ cm^2}_{\Delta \text{ links}}$

  $= \underline{\underline{164{,}43\ cm^3}}$